



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Bauberufe

Peschel · Jansen · Mentlein · Nennewitz · Rode · Steinle

Tabellenbuch Zimmerer

Tabellen – Formeln – Regeln – Bestimmungen

Bearbeitet von Meistern, Ingenieuren und Lehrern
an berufsbildenden Schulen

Lektorat: Peter Peschel

7. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 43177

MATHEMATIK
BAUZEICHNUNGEN, PHYSIK, CHEMIE, STATIK
UND LASTNÄHMEN
BAUSTOFFE
HOLZ UND
VERBINDUNGSMITTEL
HOLZBAU
BAUKONSTRUKTIONEN
UND BAUTENSCHUTZ
BAUBETRIEB

Autoren des Tabellenbuches Zimmerer

Peschel, Peter	Oberstudiendirektor a.D.	Göttingen
Jansen, Thomas	Studienrat	Aurich
Mentlein, Horst	Dr.-Ing.	Lübeck
Nennewitz, Ingo	Tischlermeister	Wiesbaden
Rode, Andreas	Oberstudienrat	Geilenkirchen
Steinle, Jürgen	Technischer Oberlehrer	Ingerkingen

Lektorat
Peter Peschel

Bildbearbeitung
Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Das vorliegende Werk wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie für eventuelle Satz- und Druckfehler keine Haftung.

Die DIN-Angaben in diesem Tabellenbuch beziehen sich auf die neusten Ausgaben der Normblätter und sonstiger amtlicher Regelwerke (Redaktionsschluss 31.12.2024). Die dargestellten Angaben sind jedoch nur auf das Wesentliche beschränkte und didaktisch ausgewählte Teile der Originalquellen. Verbindlich sind jeweils nur die DIN-Blätter und jene Bestimmungen selbst. Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Der Bezug zu den DIN-Normen ist i. d. R. bei den jeweiligen Tabellen ausgewiesen. Quellenangaben zu Produktinformationen, Herstellerangaben, Richtlinien, Arbeits- und Merkblätter der bauspezifischen Verbände und Vereine sind an der jeweiligen Stelle vermerkt oder im Quellenverzeichnis aufgeführt.

7. Auflage 2025

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-4983-0

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2025 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: PER MEDIEN & MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagmotiv: © Autorenfoto

Druck: UAB BALTO print, Vilnius LT-08217, Litauen

Vorwort

Das „**Zimmerer Tabellenbuch**“ erweitert die bewährte Europa-Fachbuchreihe für Bautechnik. Es eignet sich besonders für die Ausbildung der **Sägewerker** sowie der **Zimmerer und Dachdecker** bei lernfeldorientiertem Unterricht.

Es kann jedoch seines eigenständigen Charakters wegen sowohl allein als auch mit anderen Lehrbüchern aus der Aus- und Weiterbildung, sowie in der beruflichen Praxis verwendet werden.

Der Inhalt des Tabellenbuches umfasst Tabellen, Formeln, DIN-Normen, Regeln und Bestimmungen von Behörden und Institutionen als auch viele Stoffwerte und Konstruktionsgrößen sowie Faustformeln aus der Praxis. Die Nähe zum **Tabellenbuch Bautechnik** und zum **Tabellenbuch Holztechnik** ist gewollt, das **Zimmerer Tabellenbuch** geht aber speziell auf die Ausbildungsinhalte der Zimmerer, Dachdecker und Sägewerker ein.

Der Inhalt des Tabellenbuches gliedert sich in die nebenstehend aufgeführten Themenbereiche. Die Vielfalt der Informationen bedingt, dass einzelne Inhalte einer Kapitelüberschrift zugeordnet werden, die möglicherweise auch in einem anderen Themenbereich stehen könnten.

Ein schneller Zugriff wird durch das bewährte Daumenregister ermöglicht. Großer Wert wurde auf die Übersichtlichkeit der Darstellung gelegt. Tabellen und Formeln sind durch eine farbliche Rasterung hervorgehoben. Viele Beispiele unterstützen die Formeln und Tabellen. Querverweise auf ähnliche Inhalte, verwendete Tabellen oder an anderer Stelle aufgeführte Formeln sind durch ein Dreieck ► mit Seitenzahl gekennzeichnet.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Tabellenbuches ist besonders ausführlich gehalten und ermöglicht ein schnelles Finden einzelner Begriffe.

Allen, die durch ihre Anregungen zur Entwicklung des **Zimmerer Tabellenbuches** beigetragen haben, insbesondere den Autoren des Tabellenbuches Bautechnik, des Tabellenbuches Holztechnik und des Fachbuches Bautechnik nach Lernfeldern „Zimmerer“ und den im Quellen- und Literaturverzeichnis genannten Firmen, Institutionen und Verlagen sei an dieser Stelle herzlich gedankt.

Für Anregungen zur Weiterentwicklung sowie für Verbesserungsvorschläge und Fehlerhinweise sind wir dankbar. Sie können dafür unsere Adresse lektorat@europa-lehrmittel.de nutzen.

MATHEMATIK

7 ... 30

PHYSIK, CHEMIE, STATIK UND LASTANNAHMEN

31 ... 54

BAUZEICHNUNGEN UND SCHIFTEN

55 ... 94

BAUSTOFFE

95 ... 128

HOLZ UND VERBINDUNGSMITTEL

129 ... 184

HOLZBAU

185 ... 240

BAUKONSTRUKTIONEN UND BAUTENSCHUTZ

241 ... 280

BAUBETRIEB

281 ... 322

Inhaltsverzeichnis

1	MATHEMATIK	7	3.3	Bemaßung	61
1.1	Zeichen, Begriffe und Tafeln	7	3.4	Symbole in Bauzeichnungen	63
	Umwandlungstabellen	8	3.5	Grundkonstruktionen	68
1.2	Rechenarten	9	3.6	Darstellende Geometrie	72
	Bruchrechnung	10	3.7	Schiften	77
1.3	Dreisatzrechnung	12	3.7.1	Dachformen	77
1.4	Prozentrechnung und Zinsrechnung	13	3.7.2	Dachausmittlungen	78
1.5	Längen und Winkel	14	3.7.3	Schiftmethoden	83
1.6	Flächen	15	3.7.4	Austragungen am gleichgeneigten Walmdach	85
1.7	Körper	18	3.7.5	Austragungen am ungleichgeneigten Walmdach	89
1.8	Geometrie	21	3.7.6	Computer-Abbund	93
1.8.1	Rechtwinklige Dreiecke	21	3.7.7	Rechnerischer Abbund	94
1.8.2	Winkelfunktionen	22			
1.8.3	Schiefwinklige Dreiecke	24			
1.8.4	Neigung, Steigung, Gefälle	25			
1.8.5	Strahlensätze	26			
1.9	Flächenschwerpunkte	26	4	BAUSTOFFE	95
1.10	Gleichungen und Ungleichungen	27	4.1	Natürliche Gesteine	95
	Umwandlung von einfachen Gleichungen	28	4.2	Ziegel und Klinker	96
1.11	Funktionen	29	4.3	Kalksandsteine	98
	Taschenrechner	30	4.4	Mauersteine aus Beton / Betonsteine	100
2	PHYSIK, CHEMIE, STATIK UND LASTANNAHMEN	31	4.5	Porenbetonsteine	101
2.1	Physikalische Größen, Einheiten und Formelzeichen	31	4.6	Sondersteine/Sonderziegel	102
2.2	Physikalische Grundlagen	32	4.7	Gipsplatten, Wandbauplatten	103
2.3	Arbeit, Energie, Leistung und Wirkungsgrad	37	4.8	Gips, Gips-Trockenmörtel, Calciumsulfatmörtel	104
2.4	Wärmelehre	38	4.9	Baukalk	105
2.5	Chemie	39	4.10	Zement	106
2.6	Statik	43	4.11	Gesteinskörnungen (alt: Zuschlag)	108
2.7	Spannungen und Formänderungen	47	4.12	Mauermörtel	110
2.8	Lastannahmen	49	4.13	Putzmörtel	112
2.9	Sicherheitskonzept	54	4.14	Beton	114
			4.15	Stahl	118
			4.16	Betonstahl	119
			4.17	Plattenwerkstoffe	123
			4.18	Kunststoffe	125
			4.19	Klebstoffe	126
			4.20	Dämmstoffe, Dichtungsstoffe und Sperrstoffe	127
3	BAUZEICHNUNGEN	55			
3.1	Zeichengeräte und Materialien	55			
3.2	Darstellungsgrundlagen	56			

Inhaltsverzeichnis

5	HOLZ UND VERBINDUNGSMITTEL	129	5.7	Ingenieurmäßige Verbindungen	179
5.1	Aufbau des Holzes und Holzarten	129	5.7.1	Verbinder	179
5.1.1	Nadelholz (Auswahl)	130	5.7.2	Dübel besonderer Bauart	182
5.1.2	Laubholz (Auswahl)	130	6	HOLZBAU	185
5.1.3	Terrassenholz – Gartenholz	132	6.1	Normative Grundlagen im Holzbau	185
5.1.4	Thermoholz	132	6.2	Zimmermannsmäßige Holzverbindungen	190
5.1.5	Kennwerte für Holzarten	133	6.3	Dächer	192
5.1.6	Charakteristische Werte von Brett-schichtholz BSH	134	6.3.1	Dachteile – geometrische und funktionelle Bedeutungen	192
5.1.7	Statische Werte von Rundhölzern	134	6.3.2	Dachkonstruktionen	193
5.1.8	Statische Werte von Kanthölzern und Balken	135	6.4	Dachflächenfenster	195
5.1.9	Charakteristische Rechenwerte für Vollholz	136	6.5	Dachdeckungen	197
5.1.10	Kennwerte für Bauholz	137	6.5.1	Baustoffe für Deckung und Abdichtung	199
5.2	Holzschädlinge und Holzfehler	138	6.5.2	Deckung mit Dachziegeln/Dachsteinen/Dachpfannen	203
5.3	Holzfeuchte	139	6.5.3	Unterspannbahn (USB) / Unterdeckbahn (UDB)	205
5.4	Holz als Handelsware	142	6.6	Flachdächer	207
5.4.1	Rahmenvereinbarung für den Rohholzhandel (RVR) (Auswahl)	142	6.7	Dachrinnen und Regenfallrohre	212
5.4.2	Abgrenzung der Güteklassen für Stammholz	147	6.8	Fachwerkwände und Holzwände	214
5.4.3	Schnittholz Einteilung	148	6.9	Holzbalkendecken und Fußböden	217
5.4.4	Sortierung nach Tegernseer Gebräuchen	149	6.9.1	Decken	217
5.4.5	Sortierklassen	150	6.9.2	Holzbalkendecken	218
5.4.6	Holz für tragende Bauteile	153	6.9.3	Holzfußböden	220
5.4.7	Handelsgrößen und Handelsformen	156	6.10	Hallenkonstruktionen	221
5.5	Holzwerkstoffe	159	6.11	Instandsetzung von Holzkonstruktionen	223
5.5.1	Übersicht der Holzwerkstoffe	159	6.12	Treppen	224
5.5.2	Massivholzplatte	160	6.12.1	Maßbegriffe und Bezeichnungen	224
5.5.3	Furnierschichtholz	161	6.12.2	Steigungsverhältnisse	227
5.5.4	Sperrholz	161	6.12.3	Treppenwangen und Tragholme	228
5.5.5	OSB-Platten	162	6.12.4	Verziehen von Treppen	229
5.5.6	Spanplatten, Flachpressplatten	162	6.13	Türen und Fenster	231
5.5.7	Holzfaserverleimplatten	164	6.13.1	Türen	231
5.5.8	Formaldehyd-Klassen bei Holzwerkstoffen	165	6.13.2	Fenster	233
5.6	Verbindungsmittel	166	6.13.3	Ausbildung Fenster – Baukörper	235
5.6.1	Nägels und Klammern (Auswahl)	166	6.14	Innenausbau	236
5.6.2	Holzschrauben	172	6.14.1	Nichttragende Trennwände (leichte Trennwände)	236
5.6.3	Befestigungsmittel für Gipsplatten	175	6.14.2	Wandverkleidungen	239
5.6.4	Maschinenschrauben, Gewin-schrauben	176	6.14.3	Deckenverkleidungen	240
5.6.5	Muttern und Unterlegscheiben	177			
5.6.6	Blechschraben (Auswahl)	178			

Inhaltsverzeichnis

7	BAUKONSTRUKTIONEN UND BAUTENSCHUTZ	241	8.2.1	Bauplanung	284
7.1	Mauerwerksbau	241	8.2.2	Bauablaufsplanung	285
7.1.1	Maßordnung im Hochbau	241	8.2.3	Baustelleneinrichtungen	286
7.1.2	Gemauerte Wände	241	8.2.4	Fördergeräte und Hebewerkzeug	287
7.1.3	Konstruktionsregeln für Mauerwerk	243	8.3	Messen im Zimmererhandwerk	289
7.1.4	Charakteristische Druckfestigkeiten	244	8.3.1	Messinstrumente	289
7.1.5	Nichttragende innere Trennwände	245	8.3.2	Grundlagen	292
7.1.6	Mauerwerksverbände	246	8.3.3	Höhenmessungen	293
7.2	Beton- und Stahlbetonbau	248	8.4	Handwerkzeug und Maschinen	294
7.2.1	Betondruck- und Betonzugfestigkeiten	248	8.4.1	Handwerkzeuge	294
7.2.2	Deckensysteme (Auswahl)	249	8.4.2	Maschinenwerkzeuge (Kreissäge)	296
7.2.3	Allgemeine Bewehrungsregeln	250	8.4.3	Handmaschinen	300
7.2.4	Konstruktionshinweise für Stahlbetonbauteile	252	8.4.4	Verschnittberechnung	301
7.3	Schalungsbau	254	8.5	Kalkulation und Lohnkosten	302
7.4	Wärmeschutz	258		Arbeitszeitbedarf	303
7.5	Feuchteschutz	265		Holzliste	307
7.6	Schallschutz	267	8.6	Bauvertragsrecht und Abrechnung	308
7.7	Brandschutz	270	8.6.1	Allgemeine Technische Vertragsbedingungen (ATV), VOB/C	309
7.8	Oberflächenschutz	275	8.6.2	Elemente des Baurechts	312
7.9	Holzschutz	276	8.6.3	Baugesetze und Verordnungen	313
7.10	Befestigungssysteme	278	8.7	Gerüstbau	315
			8.8	Umwelt- und Arbeitsschutz	318
			8.8.1	Vorschriften und Begriffe	318
			8.8.2	Gefahrstoffe im Bauwesen	319
			8.8.3	Lösemittel und Verdünnungsmittel	322
				Bild- und Quellenverzeichnis	323
8	BAUBETRIEB	281		Sachwortverzeichnis	327
8.1	Betrieb als Dienstleister	281		In den Umschlagseiten	
8.2	Arbeitsplanung und Arbeitsvorbereitung	284		Sicherheitskennzeichnung	
				Verbots-, Gebots-, Warn-, Rettungs- und Brandschutzzeichen	

1 Mathematik									
1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln									
Mathematische Zeichen									
Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise				
=	gleich	⊥	senkrecht auf	AB	Strecke				
≠	ungleich		parallel zu	AB	Bogen				
:=	definitionsgemäß	+	plus	g	Gerade				
	gleich	-	minus	∠	Winkel				
≈	ungefähr gleich	×, ·	mal	⊥, ⊥	rechter Winkel				
...	usw., bis	:/	durch, geteilt	m	Steigung				
△	entspricht		durch	P, Q	Punkte				
<	kleiner als	Σ	Summe von,	x, y, z	Koordinaten				
≤	kleiner oder gleich		Summe aller	∞	unendlich				
>	größer als	Π	Produkt von,	⇒	daraus folgt				
≥	größer oder gleich	√	Quadratwurzel aus	Technische Zusammenhänge werden meist in ihrer kürzesten Form durch Formeln beschrieben. Allgemeine Formelzeichen werden <i>kursiv</i> geschrieben.					
≫	sehr groß gegen	√ ⁿ	n-te Wurzel aus						
≪	sehr klein gegen	Δx	Delta-x						
∝	proportional	%	Prozent						
≡	kongruent zu	‰	Promille						
Römische Zahlen		Konstanten (gerundet)		Auf- und Abrunden					
I = 1	XL = 40	Größe	Zahlenwert	Aufrunden: Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl ist um 1 zu erhöhen, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl 5 oder größer ist. Abrunden: Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl bleibt unverändert, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl kleiner als 5 ist. Beispiele π = 3,14159265... wird durch 3,1416 aufgerundet (Zehntausendstel) 3,142 aufgerundet (Tausendstel) 3,14 abgerundet (Hundertstel) 3,1 abgerundet (Zehntel)					
II = 2	L = 50	π	3,141593						
III = 3	LX = 60	π : 4	0,785398						
IV = 4	LXX = 70	π : 180	0,017453						
V = 5	LXXX = 80	π²	9,869604						
VI = 6	XC = 90	1 : π	0,318310						
VII = 7	C = 100	180 : π	57,295780						
VIII = 8	CCC = 300	√1/π	0,564190						
IX = 9	CD = 400	√2	1,414214						
X = 10	D = 500	√3	1,732051						
XI = 11	DCCC = 800	e	2,718282						
XIV = 14	CM = 900								
XIX = 19	XM = 990								
XX = 20	IM = 999								
XXI = 21	MMXXIII = 2023								
	MMXXIV = 2024								
	MMXXV = 2025								
Große Zahlen		Griechisches Alphabet							
10 ⁶ = 1000000 = Million		A α	B β	Γ γ	Δ δ	E ε	Z ζ	H η	Θ θ
10 ⁹ = 1000000000 = Milliarde		Alpha	Beta	Gamma	Delta	Epsilon	Zeta	Eta	Theta
10 ¹² = Billion		I ι	K κ	Λ λ	M μ	N ν	Ξ ξ	O ο	Π π
10 ¹⁸ = Trillion		Jota	Kappa	Lambda	My	Ny	Xi	Omikron	Pi
10 ²⁴ = Quadrillion									
10 ³⁰ = Quintillion		P ϱ	Σ σ	T τ	Υ υ	Φ φ	X χ	Ψ ψ	Ω ω
10 ³⁶ = Sextillion		Rho	Sigma	Tau	Ypsilon	Phi	Chi	Psi	Omega

Umwandlungstabellen

Längeneinheiten 1 km = 1000 m

⇒	× 10	× 10	× 10	
1 m	10 dm	100 cm	1000 mm	
0,1 m	1 dm	10 cm	100 mm	
0,01 m	0,1 dm	1 cm	10 mm	
0,001 m	0,01 dm	0,1 cm	1 mm	
	: 10	: 10	: 10	←

Flächeneinheiten 1 km² = 1000000 m²

⇒	× 100	× 100	× 100	
1 m²	100 dm²	10000 cm²	1000000 mm²	
0,01 m²	1 dm²	100 cm²	100000 mm²	
0,0001 m²	0,01 dm²	1 cm²	100 mm²	
0,000001 m²	0,0001 dm²	0,01 cm²	1 mm²	
	: 100	: 100	: 100	←

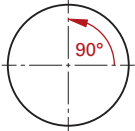
Volumeneinheiten 1 km³ = 1000000000 m³

⇒	× 1000	× 1000	× 1000	
1 m³	1000 dm³	1000000 cm³	1000000000 mm³	
0,001 m³	1 dm³	1000 cm³	1000000 mm³	
0,000001 m³	0,001 dm³	1 cm³	1000 mm³	
0,000000001 m³	0,000001 dm³	0,001 cm³	1 mm³	
	: 1000	: 1000	: 1000	←

Zeiteinheiten

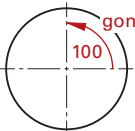
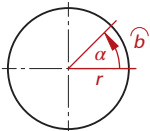
(Jahr) 1 a = 365 d	(Tag) 1 d = 24 h	(Minute) 1' = 60"	
(Monat) 1 m = (1/12) a	(Stunde) 1 h = 60'	(Sekunde) 1" = (1/60)'	

Umrechnung Winkeleinheiten

180° ≙ 200^{gon}**Grad** (°; auch Altgrad, Taschenrechneranzeige: DEG von englisch Degree)Vollkreis = $4 \times 90^\circ = 360^\circ$

Unterteilungen: 1° = 60' (Minuten, Winkel-Minuten)

1' = 60" (Sekunden, Winkel-Sekunden)

Umrechnungen: $1,4^\circ = 1^\circ + 0,4^\circ \cdot \frac{60'}{1^\circ} = 1^\circ + 24' = 1^\circ 24'$ $1^\circ 24' = 1^\circ + 24' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 1^\circ + 0,4^\circ = 1,4^\circ$ **Gon** (^{gon}; auch Neugrad, Taschenrechneranzeige: GRAD)Vollkreis = $4 \times 100^{\text{gon}} = 400^{\text{gon}}$ Umrechnungen: $1^{\text{gon}} = \frac{360^\circ}{400^{\text{gon}}} \cdot 1^{\text{gon}} = 0,9^\circ$ $1,4^{\text{gon}} = 1,4^{\text{gon}} \cdot 9^\circ/10^{\text{gon}} = 1,26^\circ$ $1,26^\circ = 1,26^\circ \cdot 10^{\text{gon}}/9^\circ = 1,4^{\text{gon}}$ $1,4^{\text{gon}} = 1,26^\circ$ $1,26^\circ = 1,4^{\text{gon}}$ **Radiant** oder Bogenmaß (rad, Taschenrechneranzeige: RAD)Definition $\alpha = \frac{b}{r}$ Vollkreis $\alpha = 2 \cdot \pi = 6,28 \dots$ Umrechnungen: 1 rad = $180^\circ/\pi = 57,296^\circ$ 1° = $\pi/180^\circ = 0,0175$ rad1^{gon} = $\pi/200^{\text{gon}} = 0,0157$ rad

Besondere Längeneinheiten

1 Zoll (") = 2,54 cm
 1 inch = 1 Zoll
 1 mile = 1609 m
 1 Seemeile = 1852 m

Besondere Flächeneinheiten

1 km² = 100 ha
 1 ha = 100 a
 1 a = 100 m²
 1 Morgen = 25 a

Besondere Volumeneinheiten

1 hl = 100 l
 1 barrel = 1,59 hl
 1 gallone = 4,546 l
 1 l = 1 dm³

1.2 Rechenarten

Grundrechenarten				Sonstige Rechenarten			
Rechenart	a	b	c	Rechenart	a	b	c
Addition	Summand	Summand	Summenwert	Potenzierung	Basis	Exponent	Potenzwert
	Beispiel $a + b = c$				Beispiel $a^b = c$		
Subtraktion	Minuend	Subtrahend	Differenzwert	Radizierung	Radikant	Wurzel-exponent	Wurzelwert
	Beispiel $a - b = c$				Beispiel $\sqrt[b]{a} = c$		
Multiplikation	Faktor	Faktor	Produktwert	Rechenregeln ohne Klammern			
	Beispiel $a \cdot b = c$			Gleichstufige Rechenarten werden von links nach rechts ausgeführt.			
Division	Dividend	Divisor	Quotientenwert	Beispiel $8 - 2 + 3 = 6 + 3 = 9$			
	Beispiel $a : b = c$			Bei ungleichstufigen Rechenarten wird die Rechenart höherer Stufe zuerst ausgeführt. Es gilt Punktrechnung vor Strichrechnung sowie Potenzieren und Radizieren vor Punktrechnung und Strichrechnung.			
Addition und Multiplikation				Beispiel $8 - 2 \cdot 3 = 8 - 6 = 2$ $20 : 5 + 3 \cdot 7 = 4 + 21 = 25$ $14 + 3 \cdot 2^3 = 14 + 3 \cdot 8 = 38$			
Kommutativität		$a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$		Klammerregeln			
Assoziativität		$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$		Die Rechnung innerhalb einer Klammer wird stets vor der Rechnung außerhalb der Klammer ausgeführt.			
Distributivität		$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$		Beispiel $(2 + 9) \cdot 6 = 11 \cdot 6 = 66$			
Stufen der Rechenarten				Bei mehrfacher Klammerung werden von innen nach außen runde, eckige und geschweifte Klammern benutzt. Die Klammern werden von innen nach außen aufgelöst.			
Stufe 1		Addition, Subtraktion		Beispiel $2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot (3 + 4)] : 3\} =$ $2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot 7] : 3\} =$ $2 \cdot \{3 + 4 \cdot 12 : 3\} =$ $2 \cdot 19 = 38$			
Stufe 2		Multiplikation, Division		Auflösen der Klammer mit PLUS (+) vor der Klammer $\Rightarrow$ Klammer kann entfallen.			
Stufe 3		Potenzierung, Radizierung		Auflösen der Klammer mit MINUS (-) vor der Klammer $\Rightarrow$ Klammer kann entfallen, wenn alle Vorzeichen in der Klammer umgekehrt werden.			
Beispiele Addition, Subtraktion				Faktor vor der Klammer mit Summanden $\Rightarrow$ Jeder Wert in der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert.			
$a + 0 = 0 + a = a$ $a + (b - c) = a + b - c$ $a - (b + c) = a - b - c$ $a - (b - c) = a - b + c$ $a - 0 = a$ aber $0 - a = -a$ $a + (-b) = a - b$ $a - (-b) = a + b$ $-(a + b) = -a - b$ $-(a - b) = -a + b = b - a$				Beispiele $(a - b) \cdot c = c \cdot (a - b) = ac - bc$ $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$ $(a - b) \cdot (c + d) = ac + ad - bc - bd$ $(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$ $(a - b) \cdot (c - d) = ac - ad - bc + bd$			
Beispiele Multiplikation							
■ Schreibweise: $a \cdot b = ab$, $2 \cdot a = 2a$ $(a) \cdot (b) = (b) \cdot (a)$, $ab = ba$ $abc = acb = bac = bca = cab = cba$							
■ Der Multiplikationspunkt kann laut Definition in der Mathematik entfallen. $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$							
■ Gleiche Vorzeichen ergeben plus, ungleiche Vorzeichen ergeben minus: $(+a)(+b) = (+a)(-b) = +ab = ab$ $(+a)(-b) = (-a)(+b) = -ab$							

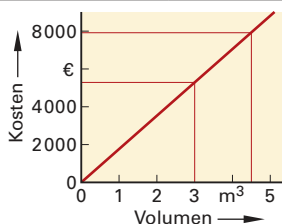
Bruchrechnung		
Rechenoperation	Formeln und Rechenregeln	Beispiele
Erweitern	Multiplikation von Zähler und Nenner mit gleicher Zahl. $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$ Der Wert bleibt gleich.
Kürzen	Division von Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl. $\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} = \frac{a : n}{b : n}$	$\frac{14}{21} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{2}{3}$ Der Wert bleibt gleich.
Hauptnenner (HN) bestimmen	Der Hauptnenner (HN) ist das kleinste gemeinsame Vielfache (KgV) der Nenner. Berechnung durch Zerlegung der Nenner in Primfaktoren.	HN von $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{30}$ $4 = 2 \cdot 2$ $6 = 2 \cdot 3$ $5 = 5$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $HN = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 60$
Addition gleichnamige Brüche ungleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) + (c \cdot b)}{b \cdot d}$	$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5 + 3}{8} = \frac{8}{8} = 1$ $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$
Subtraktion gleichnamige Brüche ungleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$ $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} - \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) - (c \cdot b)}{b \cdot d}$	$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$
Multiplikation Bruch mit Zahl Bruch mit Bruch	$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$ $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{3}{8} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{8} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}$ $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$
Division Bruch durch Zahl Bruch durch Bruch	$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b \cdot n}$ $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$\frac{3}{8} : 5 = \frac{3}{8 \cdot 5} = \frac{3}{40}$ $\frac{3}{8} : \frac{2}{5} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{16}$
Umwandeln gemeiner Bruch in Dezimalzahl	übliches Teilen des Zählers durch den Nenner	$\frac{8}{3} = 8 : 3 = 2,66... \quad 8 : 3 = 2,66... \text{ periodische Wiederholung}$ $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$
Umwandeln endliche Dezimalbrüche reinperiodische Dezimalbrüche unreinperiodische Dezimalbrüche	Erweitern mit 10, 100, 1000 usw., ggf. anschließend kürzen $\left. \begin{array}{l} \text{Rechnung gemäß Beispiel für unreinperiodische Dezimalbrüche} \end{array} \right\}$	$0,375 = \frac{0,375 \cdot 1000}{1000} = \frac{3}{8}$ $0,\overline{42} = \frac{42}{99}$ $x = 2,3\overline{42} \quad \begin{array}{r} 1000 \cdot x = 2342,\overline{42} \\ - 10 \cdot x = -23,4\overline{2} \\ \hline 990 \cdot x = 2319,00 \end{array}$ $x = \frac{2319}{990}$
Vorzeichenregeln beim Dividieren	$(+ a) : (+ b) = + a : b = + \frac{a}{b} \quad b \neq 0$ $(+ a) : (- b) = - a : b = - \frac{a}{b} \quad b \neq 0$ $(- a) : (- b) = + a : b = + \frac{a}{b} \quad b \neq 0$	$(+ 3) : (+ 8) = + 3 : 8 = + \frac{3}{8}$ $(+ 3) : (- 8) = - 3 : 8 = - \frac{3}{8}$ $(- 3) : (- 8) = + 3 : 8 = + \frac{3}{8}$
Division durch 0	Eine Division durch 0 ist unzulässig. $+\infty$ bzw. $-\infty$ sind keine reellen Zahlen.	

Potenzen			Wurzeln	
Definition (Sprechweise: a hoch n)	$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ n Anzahl der Faktoren		Definition (für $a \geq 0$ und $n \in \mathbb{N}$)	$(\sqrt[n]{a})^n = a$ $\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$
Spezialfälle (für $a \neq 0$ und $n \in \mathbb{N}$)	$a^1 = a$; $a^0 = 1$ $1^n = 1$; $0^n = 0$		Darstellung mit Bruchpotenzen (für $a \geq 0$)	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} = (\sqrt[n]{a})^m$
Potenzen mit negativen Exponenten	$a^{-1} = \frac{1}{a}$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$		Produkte von Wur- zeln (für $a \geq 0$ und $b \geq 0$)	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^q} = a^{\frac{m+q}{n}}$
Vorzeichen beim Potenzieren (für $n \in \mathbb{N}$)	$(+a)^n = +a^n$ für alle n $(-a)^n = +a^n$ für gerade n $(-a)^n = -a^n$ für ungerades n		Eindeutigkeit von Wurzeln (für $a \geq 0$)	$\sqrt[n]{a^n} = a$ $\sqrt[2]{4} = +2$ $\sqrt[3]{27} = +3$
Beispiele	$2a^3 + 3a^3 - a^3 = 4a^3$ $3a^4 + 4a^2 - 2a^2 = 3a^4 + 2a^2$		■ Wurzeln positiver Radikanten sind positiv. ■ Wurzeln negativer Radikanden sind für den reellen Zahlenbereich nicht definiert. $\sqrt{-5}$ nicht definiert ■ Wurzel aus null ist gleich null: $\sqrt{0} = 0$	
Produkt von Potenzen	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$		Beispiel (Hinweis auf $\pm$ Zeichen) Sei $x^2 = 3$ $x = \pm \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$ (nicht $x = \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$)	
Quotient von Potenzen	$a^m : a^n = a^{m-n}$ $a^m : b^m = (a : b)^m$			
Zehnerpotenzen			Binomische Formeln	
$0,001 = 10^{-3}$ $1000 = 10^3$ $0,01 = 10^{-2}$ $100 = 10^2$ $0,1 = 10^{-1}$ $10 = 10^1$ $1 = 10^0$ $1 = 10^0$ $1\,000\,000 = 10^6 = 1\text{ Million}$ $10\,000\,000 = 10^7 = 10\text{ Millionen}$ $100\,000\,000 = 10^8 = 100\text{ Millionen}$ $1\,000\,000\,000 = 10^9 = 1\text{ Milliarde}$				
Beispiele $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$ $10^{-4} = 0,0001$ 1 ist die vierte Stelle nach dem Komma			Höhere Potenzen $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$	
Zahlenmengen			Spezialfälle $a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2)$ $a^n - b^n = (a-b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + \dots + b^{n-1})$	
Symbol	Zahlenmenge	Menge aller ...	Logarithmen	
$\mathbb{N}$	Natürliche Zahlen	positiven ganzen Zahlen	Definition	$\log_b a = c$, wenn $b^c = a$ für $b > 0$ und $a > 0$
$\mathbb{Z}$	Ganze Zahlen	positiven und negativen ganzen Zahlen	Brigg'scher (dekadischer) Logarithmus	$\lg a = \log_{10} a$
$\mathbb{Q}$	Rationale Zahlen	endlichen und periodischen Dezi- malzahlen		
$\mathbb{R}$	Reelle Zahlen	endlichen und unendlichen Dezi- malzahlen		
$\mathbb{C}$	Komplexe Zahlen	imaginäre Einheit $i^2 = -1$		

1.3 Dreisatzrechnung

Dreisatzarten	direkter Dreisatz		indirekter Dreisatz	
1. Aussagesatz	$x \Rightarrow y$	je mehr desto mehr	$x \Rightarrow y$	je mehr desto weniger
2. Einheitssatz	$1 \Rightarrow \frac{y}{x}$	oder	$1 \Rightarrow y \cdot x$	oder
3. Schlussatz	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$	je weniger desto weniger	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$	je weniger desto mehr

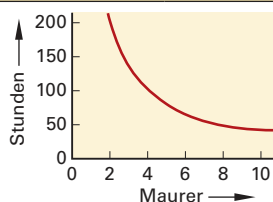
Dreisatz mit geradem Verhältnis (direkt oder proportional)



Beispiel 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €. Wieviel kosten 3,00 m³ Eichenholz?

1. 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €
2. 1,00 m³ Eichenholz kostet $\frac{7875,00 \text{ €}}{4,50 \text{ m}^3}$
3. 3,00 m³ Eichenholz kosten $\frac{7875,00 \text{ €} \cdot 3,00 \text{ m}^3}{4,50 \text{ m}^3} = 5250,00 \text{ €}$

Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis (indirekt oder antiproportional)



Beispiel 5 Zimmerer benötigen für eine Montagearbeit 80 Stunden. Wie lange dauert die Montage, wenn 8 Zimmerer zur Verfügung stehen?

1. 5 Zimmerer benötigen 80 h
2. 1 Zimmerer benötigt $5 \cdot 80 \text{ h}$
3. 8 Zimmerer benötigen $\frac{5 \cdot 80 \text{ h}}{8} = 50 \text{ h}$

Zusammengesetzter Dreisatz (doppelter Dreisatz)

Es werden 3 Größen gegenübergestellt. Die gesuchte Größe wird stufenweise errechnet. In jeder Stufe wird nur eine Größe verändert.

Beispiel 6 Zimmerer verlegen bei 8-stündiger Arbeitszeit pro Tag 240 m² Parkett. Wieviel m² Parkett verlegen 5 Zimmerer bei einer Arbeitszeit von 9 h/Tag?

- 1. Dreisatz:** 6 Zimmerer verlegen in 8 h 240 m²
1 Zimmerer verlegt in 8 h $\frac{240 \text{ m}^2}{6}$
5 Zimmerer verlegen in 8 h $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5}{6}$
- 2. Dreisatz:** 5 Zimmerer verlegen in 1 h $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$
5 Zimmerer verlegen in 9 h $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8} = 225 \text{ m}^2$

Verhältnisgleichung, Proportionen

Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt und als Gleichung geschrieben werden. Das Verhältnis (eine Proportion) kann auch als Bruchgleichung geschrieben werden.

Außenglieder

Eine Verhältnisgleichung kann als Produktengleichung geschrieben werden.

$$\boxed{a : b = 3 : 4} \quad \text{oder} \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

$$a : b = 3 : 4 \quad \text{oder} \quad 3 \cdot b = 4 \cdot a$$

Innenglieder Bruchgleichung

$$\text{Innenglied} \times \text{Innenglied} = \text{Außenglied} \times \text{Außenglied}$$

1.4 Prozentrechnung und Zinsrechnung

Prozentrechnung

Rechnen mit reinem Grundwert

■ Prozent % $\triangleq 1/100$

■ Grundwert G

■ Prozentwert PW

■ Prozentsatz p [%]

$$G = \frac{PW \cdot 100 \%}{p \%}$$

$$PW = \frac{G \cdot p \%}{100 \%}$$

$$p = \frac{PW \cdot 100 \%}{G}$$

Beispiel

Eichenholz hat einen tangentialen Schwindverlust von 8,9 %. Um wie viel mm schwindet ein Seitenbrett mit einer Breite $b = 320$ mm?

Lösung

$$PW = \frac{320 \text{ mm} \cdot 8,9 \%}{100 \%} = 28,5 \text{ mm}$$

Rechnen mit vermindertem Grundwert

■ Verminderter Grundwert $G_{\min}$

Verminderter Grundwert	Prozentwert (PW)
$100 \% - p \%$	$p \%$
$100 \% = \text{Grundwert (G)}$	

$$G_{\min} = G - PW$$

$$G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p \%}$$

Beispiel

Ein Kunde bezahlt wegen mangelhafter Arbeit 10 % des Bruttopreises weniger und überweist 16500,00 €. Wie hoch war der Bruttopreis?

Lösung

$$G = \frac{16500,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% - 10 \%} = 18333,33 \text{ €}$$

Rechnen mit vermehrtem Grundwert

■ Vermehrter Grundwert G_{mehr}

Grundwert (G)	Prozentwert (PW)
100%	$p \%$
$100 \% + p \% = \text{vermehrter Grundwert}$	

$$G_{\text{mehr}} = G + PW$$

$$G = \frac{G_{\text{mehr}} \cdot 100 \%}{100 \% + p \%}$$

Beispiel

Ein Arbeiter erhält nach der Lohnerhöhung von 3,5 % einen Stundenlohn von 15,40 €. Errechnen Sie den vorherigen Lohn.

Lösung

$$G = \frac{15,40 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% + 3,5 \%} = 14,88 \text{ €}$$

Zinsrechnung

- Kapital K [€]
- Zinsen Z [€]
- Zinssatz p [%/Jahr]
- Laufzeit t [Jahre]
- 1 Zinsjahr 360 Tage
- 1 Zinsmonat 30 Tage

Kapital	Z
---------	---

Mit dem Zinssatz werden die Zinsen für ein Jahr berechnet.

$$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \% \cdot t}$$

$$Z = \frac{K \cdot p \% \cdot t}{100 \%}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p \%}$$

Beispiel

Ein Betrieb erhält einen Kredit über 40000,00 € mit Zinssatz von 8,5 %.

a) Berechnen Sie die Zinsen.
b) Wie hoch wäre der Zinssatz, wenn 3700,00 € Zinsen bei gleicher Laufzeit anfallen würden?

Lösung (Berechnung für ein Jahr)

$$Z = \frac{40000,00 \text{ €} \cdot 8,5 \%}{100 \%} = 3400,00 \text{ €}$$

$$p = \frac{3700,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{40000,00 \text{ €}} = 9,25 \%$$

Zinseszinsrechnung

Die Zinsen werden dem Kapital am Jahresende zugerechnet und mitverzinst.

■ Anzahl der Jahre n

Kapital nach n Jahren:

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p \%}{100 \%}\right)^n$$

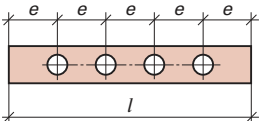
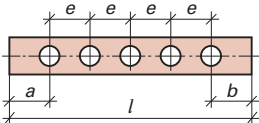
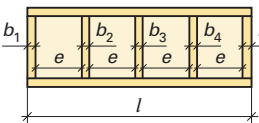
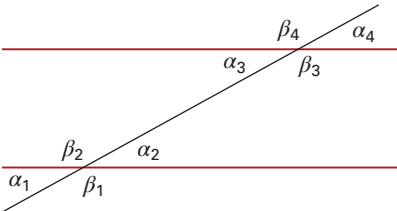
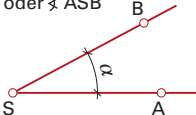
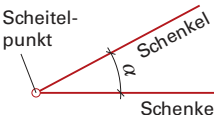
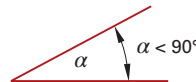
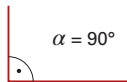
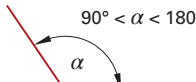
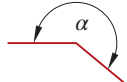
Beispiel

Ein Auszubildender legt 5000,00 € festverzinslich mit $p = 4,5 \%$ an. Wie hoch ist sein Kapital nach 10 Jahren?

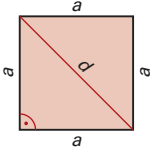
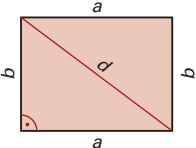
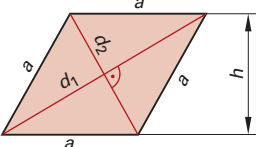
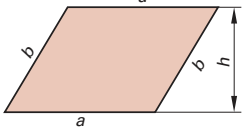
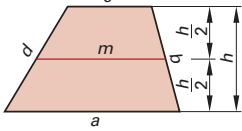
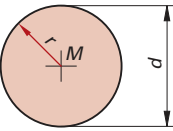
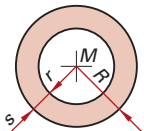
Lösung

$$K_{10} = 5000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,5 \%}{100 \%}\right)^{10} =$$

$$K_{10} = 7764,85 \text{ €}$$

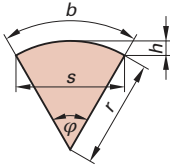
1.5 Längen und Winkel												
Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände												
	$e = \frac{l}{n + 1}$ $z = n + 1$	l Gesamtlänge, Teilungsstrecke e Länge der Abstände n Anzahl der Teilungselemente z Anzahl der Abstände										
Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Randabstand												
	$e = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$	a, b Randabstände l Gesamtlänge, Teilungsstrecke e Länge der Abstände n Anzahl der Teilungselemente										
Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Unterbrechungen												
	$e = \frac{l - (b_1 + \dots + b_n)}{n - 1}$	$b_1, \dots, b_n$ Unterbrechungen l Gesamtlänge, Teilungsstrecke e Länge der Abstände n Anzahl der Teilungselemente										
Winkelarten		Winkeleinheiten										
 Scheitelwinkel sind gleich groß. Scheitelwinkel liegen am Winkelscheitel einander gegenüber. $\alpha_1 = \alpha_2 \quad \text{und} \quad \alpha_3 = \alpha_4$ Wechselwinkel sind gleich groß. Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen liegen dem Winkel auf der anderen Seite gegenüber. $\alpha_1 = \alpha_3 \quad \text{und} \quad \beta_1 = \beta_4$ Stufenwinkel sind gleich groß. Stufenwinkel liegen auf der anderen Stufe der gleichen Seite der Geraden. $\alpha_1 = \alpha_3 \quad \text{und} \quad \beta_1 = \beta_3$ Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°. Nebenwinkel sind Nachbarwinkel auf derselben Seite der Parallelen. $\alpha_1 + \beta_1 = 180^\circ \quad \text{und} \quad \alpha_4 + \beta_4 = 180^\circ$		Zwei von einem Punkt ausgehende Halbgeraden bilden einen Winkel. Die Benennung erfolgt mit griechischen Buchstaben α, β, γ.  Die Einheiten der Winkel sind Grad ($^\circ$), Minuten ($'$) und Sekunden ($''$). Es gelten dieselben Umrechnungsregeln wie bei den Zeiteinheiten. <table><tr><th>Umrechnung</th><th>$1^\circ = 60'$</th><th>$1' = 60''$</th></tr><tr><td>$0,56666^\circ = 0,56666^\circ \cdot 60'/\text{je } 1^\circ$</td><td>$\Rightarrow 34'$</td><td></td></tr><tr><td>$21' = 21' : 60'/\text{je } 1^\circ$</td><td></td><td>$\Rightarrow 0,35^\circ$</td></tr></table>		Umrechnung	$1^\circ = 60'$	$1' = 60''$	$0,56666^\circ = 0,56666^\circ \cdot 60'/\text{je } 1^\circ$	$\Rightarrow 34'$		$21' = 21' : 60'/\text{je } 1^\circ$		$\Rightarrow 0,35^\circ$
Umrechnung	$1^\circ = 60'$	$1' = 60''$										
$0,56666^\circ = 0,56666^\circ \cdot 60'/\text{je } 1^\circ$	$\Rightarrow 34'$											
$21' = 21' : 60'/\text{je } 1^\circ$		$\Rightarrow 0,35^\circ$										
Winkelbenennungen												
 Spitzer Winkel		 Rechter Winkel (R)										
 Stumpfer Winkel		 Überstumpfer Winkel										

1.6 Flächen

Quadrat 	A a d U Fläche Seitenlänge Diagonalenlänge Umfang	$A = a \cdot a = a^2$ $U = 4 \cdot a$ $d = \sqrt{2} \cdot a \approx 1,414 \cdot a$
Rechteck 	A a b d U Fläche Länge (Grundlinie) Breite (Höhe) Diagonalenlänge Umfang	$A = a \cdot b$ (Fläche = Grundlinie mal Höhe) $U = 2 \cdot (a + b)$ $d = \sqrt{a^2 + b^2}$
Rhombus, Raute 	A a h d_1, d_2 U $d_1 \perp d_2$ Fläche Seitenlänge (Grundlinie) Höhe Diagonalenlängen Umfang	$A = a \cdot h$ $A = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$ $a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ $U = 4 \cdot a = 2 \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$
Parallelogramm 	A a, b a h U Fläche Seitenlängen Grundlinie Höhe Umfang	$A = a \cdot h$ (Fläche = Grundlinie mal Höhe) $U = 2 \cdot (a + b)$
Trapez 	A a, b, c, d m h U Fläche Seitenlängen mittlere Länge Höhe Umfang	$A = m \cdot h = \frac{a+c}{2} \cdot h$ $m = \frac{a+c}{2}$ $U = a + b + c + d$
Kreis 	A r d U M Fläche Radius (Halbmesser) Durchmesser Umfang Kreismittelpunkt	$A = \pi \cdot r^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2$ $d = 2 \cdot r$ $U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$
Kreisring 	R r s Außenradius Innenradius Kreisringdicke	$A = A_{\text{Außenkreis}} - A_{\text{Innenkreis}}$ $A = (R^2 - r^2) \cdot \pi$ $s = R - r$

Flächen

Kreisausschnitt



A Fläche (Kreisausschnitt)
 r Radius
 s Sehnenlänge
 b Bogenlänge
 φ° Zentriwinkel im Altgradmaß

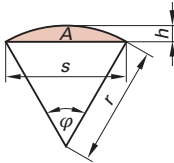
$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{4 \cdot 360^\circ}$$

$$b = \frac{d \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{360^\circ}$$

$$s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi^\circ}{2}\right)$$

$$h = 2 \cdot \sqrt{h \cdot (2 \cdot r - h)}$$

Kreisabschnitt



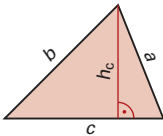
r Halbmesser
 b Bogenlänge
 h Bogenhöhe
 s Sehnenlänge
 A Fläche des Kreisabschnitts
 φ° Zentriwinkel im Altgradmaß

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot s \cdot h$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{4 \cdot 360^\circ} - \frac{s \cdot (r - h)}{2}$$

$$s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi^\circ}{2}\right)$$

Dreieck



► Kapitel 1.8

A Fläche
 a, b, c Seitenlängen
 c Grundlinie
 h_c Höhe
 U Umfang
 s halber Umfang

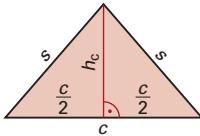
$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

(Fläche = $\frac{1}{2}$ mal Grundlinie mal Höhe)

$$s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$$

$$U = a + b + c = 2 \cdot s$$

Gleichschenkliges Dreieck



A Fläche
 s Schenkellänge
 c Grundlinie
 h_c Höhe
 U Umfang

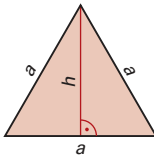
$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot c \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$$

$$h_c = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$$

$$U = 2 \cdot s + c$$

Gleichseitiges Dreieck



A Fläche
 a Seitenlänge
 h Höhe
 U Umfang

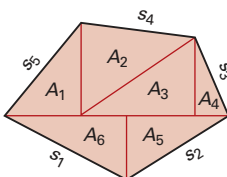
$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \approx 0,433 \cdot a^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \approx 0,866 \cdot a$$

$$U = 3 \cdot a$$

Unregelmäßiges Vieleck



A Fläche
 A_i Teilflächen ($i = 1, 2, \dots, m$)
 s_i Seitenlängen ($i = 1, 2, \dots, n$)
 n Anzahl der Ecken
 m Anzahl der Teilflächen
 U Umfang

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_m$$

$$U = s_1 + s_2 + \dots + s_n$$

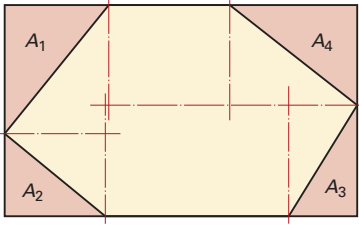
Flächen am Dach

Die Flächen am Dach können i.d.R. in folgende Flächen eingeteilt werden: Dreieck, Rechteck, Trapez. Dazu werden Längen (wahre Längen) und Flächen (wahre Flächen) berechnet.

Zusammengesetzte Flächen

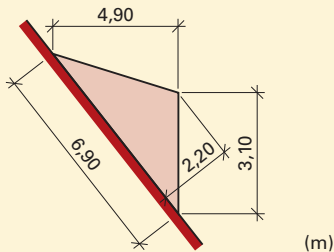
Zur Berechnung des Flächeninhalts zusammengesetzter Flächen wird die Fläche so mit einem Rechteck umschrieben, dass alle Ecken eingefasst werden. Die überzähligen Flächeninhalte $A_i = A_1$ bis A_n werden abgezogen.

$$A = A_R - A_1 - A_2 - A_3 - A_4 \dots A_n$$



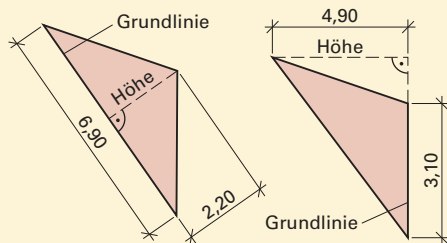
Beispiel

Die Wange einer Dachgaube soll verschiefert werden. Der Flächeninhalt ist zu ermitteln.



Lösung

Für die Berechnung sind folgende Maße notwendig: Grundlinie g und Höhe h . Grundsätzlich kann jede Dreiecksseite als Grundlinie gewählt werden.



$$A = \frac{6,90 \text{ m} \cdot 2,20 \text{ m}}{2}$$

$$A = 7,59 \text{ m}^2$$

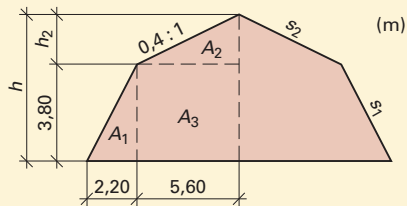
$$A = \frac{3,10 \text{ m} \cdot 4,90 \text{ m}}{2}$$

$$A = 7,59 \text{ m}^2$$

Beispiel

Der Giebel eines symmetrischen Mansardendaches hat das skizzierte Aussehen. Typische und notwendige Berechnungen:

- Dachhöhe h
- Länge der Sparren s_1 und s_2 (zum Beispiel notwendig für die Berechnung der Dachfläche)
- Flächeninhalt A des Giebels (zum Beispiel notwendig für die Berechnung des Dachraumes)



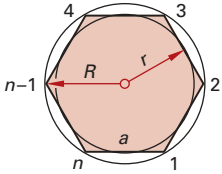
Lösung

- Berechnung von h
Verhältnisgleichung anwenden
 $0,4 : 1 = h_2 : 5,60 \text{ m}$
 $h_2 = 0,4 \cdot 5,60 \text{ m} \rightarrow h_2 = 2,24 \text{ m}$
 $h = 3,80 \text{ m} + 2,24 \text{ m}$
 $h = 6,04 \text{ m}$
- Berechnung der Sparrenlängen
Pythagoras anwenden
 $s_1 = \sqrt{(3,80 \text{ m})^2 + (2,20 \text{ m})^2}$
 $s_1 = 4,39 \text{ m}$ (gerundet)
 $s_2 = \sqrt{(2,24 \text{ m})^2 + (5,60 \text{ m})^2}$
 $s_2 = 6,03 \text{ m}$ (gerundet)
- Flächeninhalt A_L
Fläche einteilen in Dreieck A_1 , Dreieck A_2 und Viereck A_3
 $A_1 = 0,5 \cdot 2,20 \text{ m} \cdot 3,80 \text{ m}$
 $A_1 = 4,180 \text{ m}^2$
 $A_2 = 0,5 \cdot 5,60 \text{ m} \cdot 2,24 \text{ m}$
 $A_2 = 6,272 \text{ m}^2$
 $A_3 = 5,60 \text{ m} \cdot 3,80 \text{ m}$
 $A_3 = 21,28 \text{ m}^2$
 $A_L = 4,180 \text{ m}^2 + 6,272 \text{ m}^2 + 21,28 \text{ m}^2$
 $A_L = 31,732 \text{ m}^2$
Gesamtfläche: $A = A_L + A_R$
 $A = 63,464 \text{ m}^2$

Hinweis: Bei Materialbedarfsberechnungen darf nicht abgerundet werden.

Flächen

Regelmäßiges Vieleck



A Fläche
 a Seitenlänge
 R Umkreisradius
 r Inkreisradius
 n Anzahl der Ecken
 U Umfang
 φ° Mittelpunktswinkel

$$A = \frac{1}{2} \cdot n \cdot a \cdot r$$

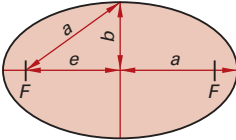
$$R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + 4 \cdot r^2}$$

$$r = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$r = R \cdot \cos(\varphi^\circ/2)$$

$$U = n \cdot a$$

Ellipse



A Fläche
 a großer Halbmesser
 b kleiner Halbmesser
 e Brennpunktabstand
 U Umfang
 F Brennpunkte

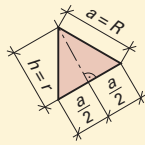
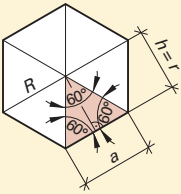
$$A = \pi \cdot a \cdot b \quad e = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$U \approx \pi \cdot (a + b)$$

$$U = \pi \cdot (a + b) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{1}{64}\lambda^4 + \dots\right)$$

mit $\lambda = \frac{a-b}{a+b}$

Beispiel Sechseck



Sechseck

$$A = 6 \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$A = 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$$

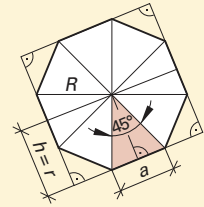
$$A \approx 2,598 \cdot R^2$$

Achteck

$$A = 8 \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot r$$

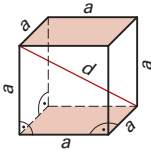
$$A \approx 2,828 \cdot R^2$$

Beispiel Achteck



1.7 Körper

Würfel



A Grundfläche
 V Volumen
 O Oberfläche
 a Seitenlänge
 d Raumdiagonale

$$A = a^2$$

$$V = A \cdot a$$

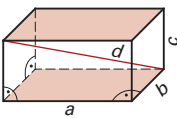
$$V = a^3$$

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$d = \sqrt{3} \cdot a$$

$$d \approx 1,732 \cdot a$$

Quader, Rechtekt



A Grundfläche
 V Volumen
 O Oberfläche
 a, b, c Seitenlängen
 d Raumdiagonale

$$A = a \cdot b$$

$$V = A \cdot c$$

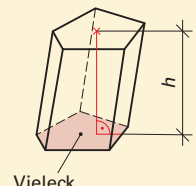
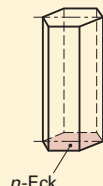
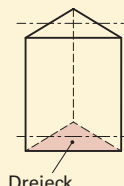
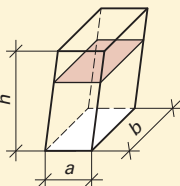
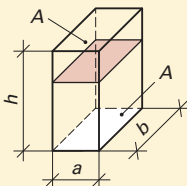
$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a)$$

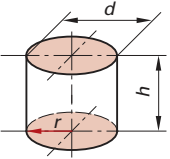
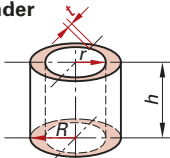
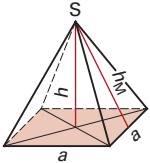
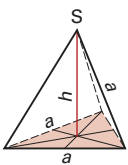
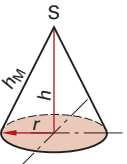
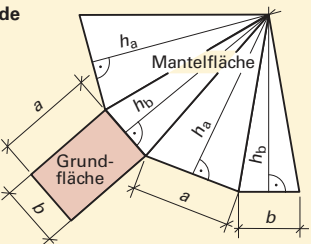
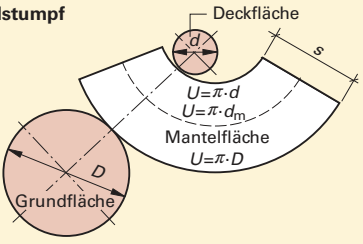
$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$V = \text{Grundfläche} \times \text{Höhe}$

Prismen, gerade und schief



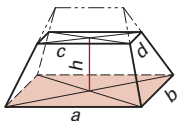
$$V = A \cdot h \quad O = 2 \cdot A + M$$

Körper			
Zylinder gerade und schieb 	A Grundfläche V Volumen O Oberfläche R Außenradius r Innenradius t Wanddicke h Höhe	$V = \text{Grundfläche} \times \text{Höhe}$	$A = \pi \cdot r^2$ $V = A \cdot h$ $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ $M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ $O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$ $d = 2 \cdot r$
	Hohlzylinder gerade und schieb 	A Grundfläche V Volumen O Oberfläche R Außenradius r Innenradius t Wanddicke h Höhe	$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$ $V = A \cdot h$ $V = \pi \cdot h \cdot (R^2 - r^2)$ $V = \pi \cdot h \cdot t \cdot (R + r)$ $t = R - r$ $O = 2 \cdot \pi \cdot (R + r) \cdot (h + t)$
Pyramide gerade und schieb  quadratische Grundfläche	V Volumen A Grundfläche U Grundumfang h_M Mantelhöhe O Oberfläche M Mantelfläche h Höhe a Seitenlänge	$V_{\text{Spitzer Körper}} = \frac{1}{3} \text{ Grundfläche} \times \text{Höhe}$	$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$ $M = \frac{1}{2} \cdot U \cdot h_M$ $A = a^2$ $O = M + A$ $U = 4 \cdot a$
	Tetraeder 	V Volumen A Grundfläche a Seitenlänge h Höhe O Oberfläche (vier gleiche Dreiecke)	$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot a^3 \approx 0,118 \cdot a^3$ $O = \sqrt{3} \cdot a^2 \approx 1,732 \cdot a^2$ $A = \frac{1}{4} \cdot O \approx 0,433 \cdot a^2$ $h = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot a \approx 0,816 \cdot a$
Kegel gerade und schieb 	V Volumen A Grundfläche r Radius h Höhe h_M Mantelhöhe M Mantelfläche O Oberfläche		$A = \pi \cdot r^2$ $V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$ $M = \pi \cdot r \cdot h_M$ $O = \pi \cdot r \cdot (h_M + r)$ $h_M = \sqrt{r^2 + h^2}$ $h = \sqrt{h_M^2 - r^2}$
Abwicklung einer Pyramide und eines Kegelstumpfes			
Pyramide 		Kegelstumpf 	
$O = M + A$ $M = a \cdot h_a + b \cdot h_b$		$O = M + A_o + A_u$ $M = \pi \cdot d_m \cdot s$	

Körper

Obelisk (Ponton)

Keil ($d=0$)
(Baugrube)



Die Seitenflächen sind Trapeze

V Volumen
 a, b Seitenlängen der Grundfläche
 c, d Seitenlängen der Deckfläche
 h Höhe
 A_0 Grundfläche
 A_1 Deckfläche

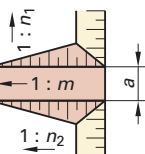
$$V = \frac{h}{6} \cdot [a \cdot b + c \cdot d + (a+c) \cdot (b+d)]$$

$$A_0 = a \cdot b \quad A_1 = c \cdot d$$

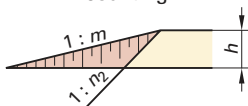
$$V \approx \frac{1}{2} \cdot (A_0 + A_1) \cdot h$$

Sonderfall Keil/Walmdach: $d=0$

$$V = \frac{1}{6} \cdot h \cdot b \cdot (2 \cdot a + c)$$

Rampe

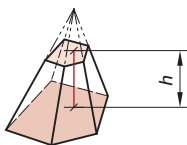
$1:m$ Steigung der Rampe
 $1:n_1$ Steigung der Böschung



$$V = \frac{h^2}{6} \cdot \left(3 \cdot a + 2 \cdot n_1 \cdot h \cdot \frac{m-n_2}{m} \right) \cdot (m-n_2)$$

für $n_2 = 0$ (z.B. lotrechte Wand)

$$V = \frac{h^2}{6} \cdot (3 \cdot a + 2 \cdot n_1 \cdot h) \cdot m$$

Pyramidenstumpf
gerade und schief

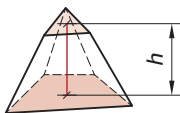
V Volumen
 A_0 Grundfläche
 A_1 Deckfläche
 h Höhe

Simpsonsche Regel

$$V = \frac{h}{3} \cdot (A_0 + A_1 + \sqrt{A_0 \cdot A_1})$$

Näherungsformel

$$V \approx \frac{h}{2} \cdot (A_0 + A_1)$$

Prismatoid

Bei rechtwinkliger Deck- und Grundfläche gilt

$$A_m = a_m \cdot b_m \text{ mit}$$

$$a_m = \frac{a_0 + a_1}{2} \text{ und}$$

$$b_m = \frac{b_0 + b_1}{2}$$

A_0, A_1 Deck- und Grundfläche sind parallel, können aber unterschiedliche Formen haben
 h Höhe (Abstand von Grund- und Deckfläche)

$$V = \frac{h}{6} \cdot (A_0 + A_1 + 4 \cdot A_m)$$

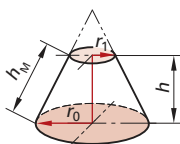
A_m ist der zur Grundfläche parallele Querschnitt in halber Höhe

$$A_m = \frac{1}{4} \cdot (A_0 + A_1 + 2 \cdot \sqrt{A_0 \cdot A_1})$$

Näherungsformel

$$V \approx \frac{1}{2} \cdot (A_0 + A_1) \cdot h$$

Übliche Formel zur Berechnung der Volumina von Baugruben.

Kegelstumpf
gerade und schief

r_0 Radius der Grundfläche
 r_1 Radius der Deckfläche
 h Höhe
 h_M Mantelhöhe
 M Mantelfläche
 O Oberfläche

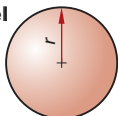
$$V = \frac{h}{3} \cdot \pi \cdot (r_0^2 + r_0 \cdot r_1 + r_1^2)$$

$$h_M = \sqrt{(r_0 - r_1)^2 + h^2}$$

$$M = \pi \cdot h_M \cdot (r_0 + r_1)$$

$$O = \pi \cdot (r_0^2 + r_1^2 + h_M \cdot r_0 + h_M \cdot r_1)$$

Mantelfläche =
Oberfläche – Deckfläche – Grundfläche

Kugel

V Volumen
 O Oberfläche
 r Radius
 d Durchmesser

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad V \approx 4,189 \cdot r^3$$

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$d = 2 \cdot r$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}}$$