

Sätze:

Produkte: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Quotienten: $a^n : a^m = a^{n-m}$

$$a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Klammern: $(a^n)^m = a^{nm} = (a^m)^n$
 $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[kn]{a^{km}}$

rationaler Exponent:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

1.1.3 Bruchrechnung

Definition:

$$\frac{a}{b} \quad \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}} \quad (b \neq 0) \text{ Der Nenner ist stets ungleich Null!}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ist wahr, wenn gilt: } a \cdot d = b \cdot c.$$

Addition und Subtraktion

gleichnamige Brüche:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5+2}{3} = \frac{7}{3} \quad \frac{5}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5-2}{3} = \frac{3}{3}$$

ungleichnamige Brüche:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d} \qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - c \cdot b}{b \cdot d}$$

$b \cdot d$ ist der Hauptnenner der beiden Brüche

$$\frac{3}{5} + \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 6 + 5 \cdot 5}{5 \cdot 6} = \frac{43}{30}$$

Multiplikation

allgemein: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

mit einer natürlichen Zahl: $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$

$$\frac{3}{5} \cdot 4 = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}$$

erweitern mit z : $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot z}{b \cdot z}$

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{6}{16}$$

Division

allgemein: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

mit einer natürlichen Zahl: $\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$

kürzen durch z : $\frac{a}{b} = \frac{c \cdot z}{d \cdot z}$

$$\frac{6}{16} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{2} = \frac{3}{8}$$

Reziproke Zahlen (Kehrzahlen, Kehrwert)

$\frac{a}{b}$ ist der Kehrwert von $\frac{b}{a}$ und umgekehrt

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

$\frac{1}{n}$ ist der Kehrwert von n und umgekehrt

$$\frac{1}{n} \cdot n = 1$$

1.1.4 Logarithmen

Definition:

Logarithmen sind die Umkehrfunktion von Potenzen.

$$x = \log_b a \quad \Leftrightarrow \quad b^x = a \quad (a, b > 0 \text{ und } b \neq 1)$$

$$\log_b b = 1$$

$$\log_b 1 = 0$$

Zehnerlogarithmen: $\log_{10} x = \lg x$

Zweierlogarithmen: $\log_2 x = \lg_2 x$

Natürliche Logarithmen: $\log_e x = \ln x$

1.1.5 Mittelwerte

Mittelwerte für zwei Werte a und b :

arithmetisches Mittel

$$m_A = \frac{a+b}{2}$$

geometrisches Mittel

$$m_G = \sqrt{ab}$$

harmonisches Mittel

$$m_H = \frac{2ab}{a+b}$$

Zusammenhang:

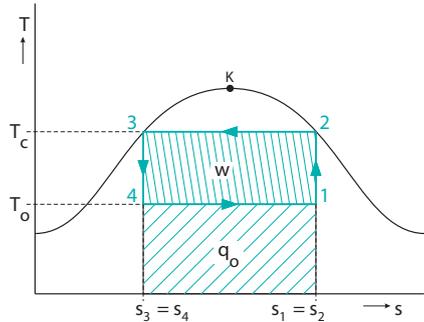
$$m_H \leq m_G \leq m_A$$

$$m_G = \sqrt{m_H \cdot m_A}$$

Entropie-Temperatur-Diagramm:

- K kritischer Punkt
- s spezifische Entropie
- T Temperatur
- w spezifische Verdichtungsarbeit
- q_o spezifische Verdampfungswärme

- 1 nach 2: isentrope Verdichtung
- 2 nach 3: isotherme Verflüssigung
- 3 nach 4: isentrope Entspannung
- 4 nach 1: isotherme Verdampfung



isentrope Verdichtung

$$\epsilon_{K,is} = \frac{\dot{Q}_o}{P_{is}}$$

$$l = \frac{W}{W}$$

$$\epsilon_{K,is} = \frac{q_{og}}{w_{is}} = \frac{h_1 - h_{E2}}{h_2 - h_1}$$

$$l = \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{kJ}}$$

\dot{Q}_o	zugeführte Kälteleistung
P_{is}	isentrope Verdichtungsleistung
q_{og}	spez. Gesamtkälteleistung
w_{is}	spez. Verdichtungsleistung
h_1	spez. Enthalpie am Verdichtungsbeginn
h_2	spez. Enthalpie am Verdichtungsende
h_{E2}	spez. Enthalpie am Drosselausgang

$$\epsilon_{K,is} = \frac{q_{oe}}{w_{is}} = \frac{h_{o2h} - h_{E2}}{h_2 - h_1}$$

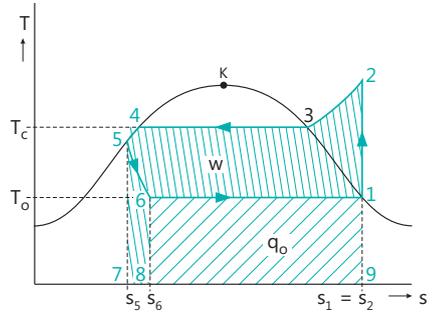
$$l = \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{kJ}}$$

q_{oe}	spez. effektive Kälteleistung
h_{o2h}	spez. Enthalpie am Ende der nutzbaren Überhitzung

Entropie-Temperatur-Diagramm:

- K kritischer Punkt
- s spezifische Entropie
- T Temperatur
- w spezifische Verdichtungsarbeit
- q_o spezifische Verdampfungswärme

- 1 nach 2: isentrope Verdichtung
- 2 nach 3: isobare Enthitzung
- 3 nach 4: isobare und isotherme Verflüssigung
- 4 nach 5: isobare Unterkühlung
- 5 nach 6: isenthalpe Entspannung
- 6 nach 1: isobare und isotherme Verdampfung



reale Verdichtung

$$\epsilon_K = \frac{\dot{Q}_o}{P_{KL}} = \frac{\dot{Q}_o}{P_{zu}}$$

\dot{Q}_o am Verdampfer zugeführte Kälteleistung
 P_{KL} vom Motor aufgenommene Leistung

$$\epsilon_K = \frac{q_{og}}{w_i} = \frac{h_1 - h_{E2}}{h_{2i} - h_1}$$

$$\epsilon_K = \frac{q_{oe}}{w_i} = \frac{h_{o2h} - h_{E2}}{h_{2i} - h_1}$$

w_i spez. Verdichtungsleistung an der Verdichterwelle

h_{2i} spez. Enthalpie am indizierten Punkt (Dampf – reale Maschine)

Wärmeleistungszahl

$$\text{Wärmeleistungszahl} = \frac{\text{abgegebener Wärmestrom}}{\text{aufgewendete Leistung}}$$

$$\text{Wärmeleistungszahl} = \frac{\text{abgeführte Wärmeleistung}}{\text{aufgewendete Leistung}}$$

$$\varepsilon_W = \frac{\dot{Q}_c}{P} > 1$$

nach Carnot

$$\varepsilon_{W,C} = \frac{\dot{Q}_c}{P} = \frac{T_c}{T_c - T_o}$$

$$1 = \frac{W}{\dot{Q}_c} = \frac{K}{\dot{Q}_c}$$

$$\varepsilon_{W,C} = \varepsilon_{K,C} + 1$$

\dot{Q}_c	abgeführte Verflüssigerleistung
P	aufgewendete Verdichtungsleistung
T_o	Verdampfungstemperatur
T_c	Verflüssigungstemperatur

isentrope Verdichtung

$$\varepsilon_{W,is} = \frac{\dot{Q}_c}{P_{is}}$$

$$1 = \frac{W}{\dot{Q}_c}$$

$$\varepsilon_{W,is} = \frac{q_c}{w_{is}} = \frac{h_2 - h_{E1}}{h_2 - h_1}$$

$$1 = \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{kJ}}$$

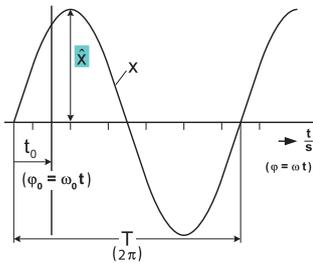
\dot{Q}_c	abgeführte Verflüssigerleistung
P_{is}	isentrope Verdichtungsleistung
q_c	spez. Verflüssigerleistung
w_{is}	spez. Verdichtungsleistung
h_1	spez. Enthalpie am Verdichtungsbeginn
h_2	spez. Enthalpie am Verdichtungsende
h_{E1}	spez. Enthalpie am Drosseleingang

$$\varepsilon_{W,is} = \varepsilon_{K,is} + 1$$

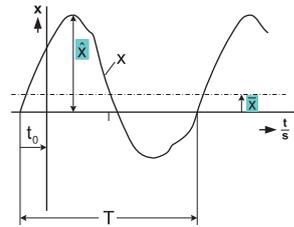
$$\text{Achtung! Nur mit } \varepsilon_{K,is} = \frac{q_{og}}{w_{is}} = \frac{h_1 - h_{E2}}{h_2 - h_1}$$

Definitionen für periodische Größen

sinusförmiger Zeitverlauf



allgemeiner Zeitverlauf



Wechselgröße
(Momentanwert)

$$x = \hat{x} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$x_{\sim} = x \quad \text{mit } \bar{x} = 0$$

Mischgröße

$$x = x_{\sim} + \bar{x}$$

Scheitelwert

$$\hat{x}$$

$$\hat{x}$$

Gleichanteil

$$(\bar{x} = 0)$$

$$\bar{x}$$

Periodendauer

$$T$$

$$T$$

Frequenz

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi f$$

Nullzeit

$$t_0$$

$$t_0$$

Nullphasenwinkel

$$\varphi_0 = \omega_0 t_0$$

Gleichrichtwert

$$|\bar{x}| = \frac{2}{\pi} \hat{x}$$

$$|x_{\sim}| = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} |x_{\sim}| dt$$

Effektivwert

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{x}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} x^2 dt}$$

$(\bar{x} = 0)$ Scheitelfaktor

$$\frac{\hat{x}}{x} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\text{Scheitelwert } \hat{x}}{\text{Effektivwert } x}$$

Formfaktor

$$\frac{x}{|\bar{x}|} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$$

$$\frac{\text{Effektivwert } x}{\text{Gleichrichtwert } |\bar{x}|}$$

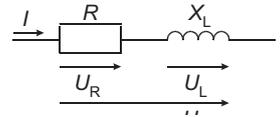
$(\bar{x} = 0)$

Scheinwiderstand bei Reihenschaltung aus Wirk- und Blindwiderstand

$$Z = \frac{U}{I} \quad \text{Ohm: } \Omega = \frac{V}{A}$$

$$Z^2 = R^2 + X^2$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$



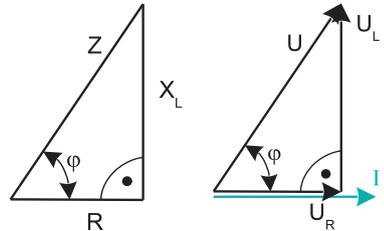
Wirkwiderstand (ohmscher Widerstand)

$$R^2 = Z^2 - X^2$$

$$R = \sqrt{Z^2 - X^2}$$

$$R = Z \cdot \cos \varphi$$

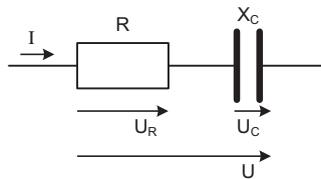
$$R = \frac{U_R}{I}$$



Blindwiderstand

Induktivität	$X_L = \frac{U_L}{I}$ $X_L = \omega \cdot L$ $X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$	Ohm: $\Omega = \frac{V}{A}$ $\Omega = \text{Hz} \cdot \text{H} = \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$ Henry: $\text{H} = \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$
--------------	--	--

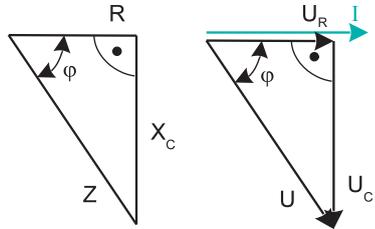
Kapazität	$X_C = \frac{U_C}{I}$ $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ $X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$	$\Omega = \frac{V}{A}$ $\Omega = \frac{1}{\text{Hz} \cdot \text{F}} = \text{s} \cdot \frac{\text{V}}{\text{As}}$
-----------	--	---



Ohmsches Gesetz

$$U = Z \cdot I$$

$$V = \Omega \cdot A$$

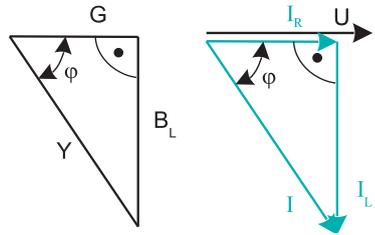


Scheinleitwert bei Parallelschaltung aus Wirk- und Blindwiderstand

$$Y = \frac{1}{Z}$$

$$Y^2 = G^2 + B^2$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$



Wirkleitwert

$$G = \frac{1}{R}$$

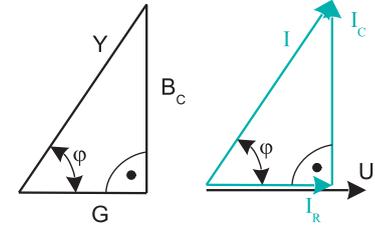
Blindleitwert

Induktivität

$$B_L = \frac{1}{X_L}$$

Kapazität

$$B_C = \frac{1}{X_C}$$



Scheinleistung

$$S = U \cdot I$$

$$\text{Volt-Ampere: VA} = V \cdot A$$

$$S = \frac{U^2}{Z} = P^2 \cdot Z$$

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$